

Trigonometrie

Du findest hier eine Einleitung, einen Crash-Kurs, eine Muster-Aufgabe und eine Check-Liste

1) Einleitung:

In diesem Kapitel der Mathematik lernst du, besser mit **Dreiecken** umzugehen. Du lernst, **Winkel** und **Streckenlängen** zu berechnen.

Bisher konntest du Dreiecke nur *zeichnen* und wichtige Maße daraus entnehmen. Das war ungenau und mühsam. Mit dem Pythagoras konntest du zum ersten Mal Strecken *berechnen*. Mit *Winkeln* konntest du bisher praktisch noch nichts anfangen. Das ändert sich jetzt.

Du lernst, aus wenigen bekannten Größen bei einem Dreieck beliebige Größen zu berechnen (Seiten, Winkel, Umfang, Flächeninhalt...).

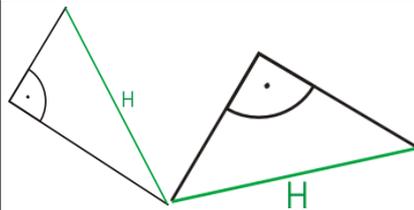
Allerdings funktionieren diese Techniken zunächst nur bei speziellen Dreiecken: Sie müssen einen rechten Winkel (90°) haben.

Durch geschickte Anwendung lassen sich aber letztlich doch alle Dreiecke berechnen.

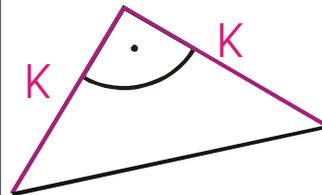
2) Crash - Kurs:

In einem rechtwinkligen Dreieck gibt es eine **Hypotenuse H**. Sie liegt stets dem Rechten Winkel gegenüber.

Beispiel:

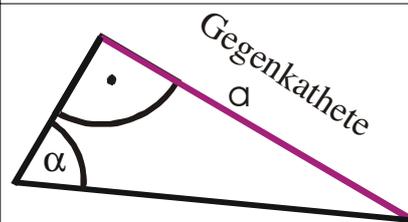


Es gibt auch zwei **Katheten K**. Sie bilden zusammen den Rechten Winkel.

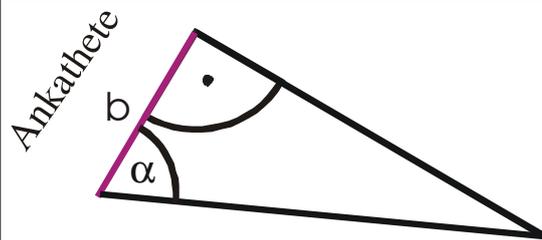


Damit wir die Katheten besser unterscheiden könnten, sagen wir:

"Aus der Sicht von α ist a die Gegenkathete, denn sie liegt genau gegenüber von α ."



"Und die Strecke b ist die Ankathete, denn sie liegt an dem Winkel α ."



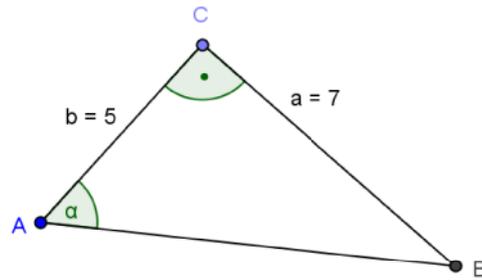
Kennt man nun die Länge der Gegenkathete und die Länge der Ankathete, so kann man den Winkel α berechnen!

Man erhält allerdings nicht direkt den Winkel sondern nur den sogenannten "Tangens-Wert":

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

aber der lässt sich leicht mit dem Taschenrechner in einen "richtigen" Winkel umwandeln.

Ein einfaches Beispiel:



Aus Sicht von α ist a die Gegenkathete und b die Ankathete. Wir erhalten den Tangens von α

mit:
$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{7}{5} = 1,4$$

Aber wie groß ist nun der Winkel α ?
Drücke dazu die "shift tan" oder "inv tan" Taste (je nach Bauart deines Taschenrechners). Erhalte:
 $\alpha = 54,46^\circ$

Tipp: Führe die Übung M10, Trigonometrie, Sinus, Kosinus, Tangens, Ü1 durch.

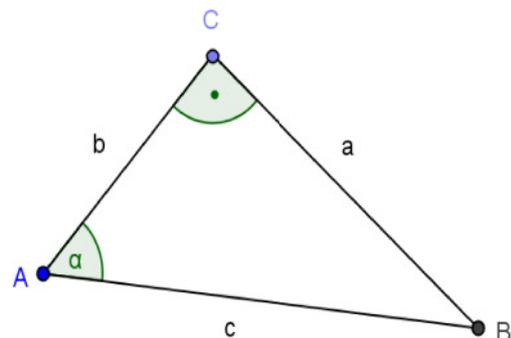
Du lernst, in verschiedensten Dreiecken das Tangens-Verhältnis aufzustellen.

Insgesamt sind drei solcher Verhältnisse für uns wichtig:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \dots \text{hier } \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \dots \text{hier } \frac{b}{c}$$

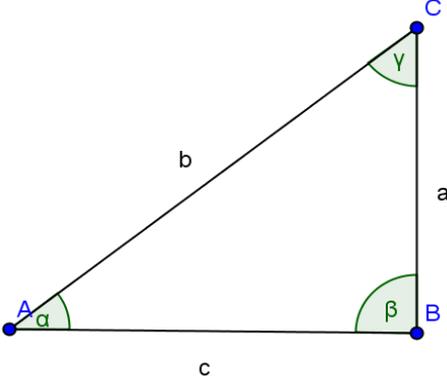
$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} \dots \text{hier } \frac{a}{b}$$



Tipp: Führe die Übung M10, Trigonometrie, Sinus, Kosinus, Tangens, Ü1 "sin, cos, tan im rechtwinkligen Dreieck finden (ohne Rechnen) durch.

Du lernst, in verschiedensten Dreiecken die drei Verhältnisse aufzustellen.

3) Muster - Aufgabe

<p>Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit $c = 8\text{ cm}$, $a = 6\text{ cm}$, $\beta = 90^\circ$.</p> <p>Berechne die restlichen Größen b, α, λ</p> <p>Fertige immer eine Skizze an!</p>	
<p>Berechnung von b] Wir berechnen b über den Pythagoras:</p>	<p>Wegen $a^2 + c^2 = b^2$</p> <p>gilt: $b = \sqrt{a^2 + c^2}$ $= \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{ cm}$</p>
<p>Berechnung von α] Wir berechnen α mit dem Tangens:</p>	<p>$\tan a = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$</p> <p>$\tan a = \frac{a}{c} = \frac{6\text{ cm}}{8\text{ cm}}$</p> <p>also $\alpha = 36,9^\circ$</p>
<p>Berechnung von λ] Wir berechnen λ mit der Winkelsumme im Dreieck:</p>	<p>Wegen $\alpha + \beta + \lambda = 180^\circ$ gilt:</p> <p>$\lambda = 180^\circ - \alpha - \beta$ $= 180^\circ - 36,9^\circ - 90^\circ$ $= 53,1^\circ$</p>
<p>Damit ist die Aufgabe gelöst.</p>	

4) Check-Liste

Drucke den Bogen aus. Notiere dir, wo du Übungen und Beispiele dazu findest:

Vorkenntnisse:	Muss ich noch üben...	Kann ich.	Hier gibt's Übungen:
Dreiecke konstruieren / zeichnen.			
Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180° . Wenn ich zwei Winkel kenne, kann ich den dritten berechnen.			
Fläche und Umfang von Dreiecken berechnen.			
Ich weiß, was Katheten und Hypotenusen sind.			
Pythagoras			
Neue Inhalte:			
Tan, sin, cos eines Winkels angeben.			
Tangens als Steigung in %			
Gleichung für sin, cos und tan in einem beliebigen rechtwinkligen Dreieck aufstellen.			
Aus drei gegebenen Größen im rechtwinkligen Dreieck die übrigen Seiten und Winkel berechnen.			
In Pyramiden und Quadern Rechtwinklige Teildreiecke erkennen und zur Berechnung nutzen.			